

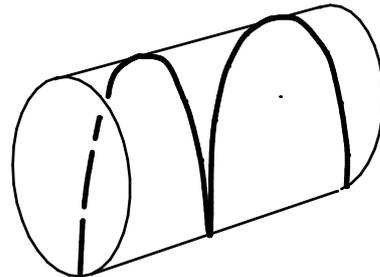
War das wirklich TIMSS?

Lehrer können sich über TIMSS erst einen Überblick verschaffen, wenn alle TIMSS-Aufgaben zusammen mit den Korrekturanweisungen der Allgemeinheit zugänglich gemacht worden sind. Hiervon ist man nach wie vor weit entfernt. Es gibt zwar einige Bücher (z. B. BAUMERT [1]), Pressemeldungen und Details aus Vorträgen, die aber doch hinsichtlich der Darstellung des Aufgabenmaterials so unvollständig sind, dass eigentlich kein Urteil über die Güte des ganzen Tests möglich ist. Gelegentlich ist es Professor Dr. BAUMERT, deutscher Koordinator von TIMSS und PISA selbst, der in Vorträgen wie z. B. bei McKinsey & Co in Köln am 30. 10. 2001 die im Folgenden zu diskutierende Aufgabe von sich gegeben hat. Es bleibt dabei offen, ob er als Nichtmathematiker alles richtig erzählt hat. Andererseits hat er bei diesem Vortrag und Pressemitteilungen Kritik an der Schule und insbesondere an ihren Mathematiklehrern in einer Art und Weise geübt, wie dies eigentlich hohe mathematische Kenntnisse bzw. Jahrzehnte lange Erfahrung im Mathematikunterricht voraussetzt. Beides kann bei ihm als Pädagogen nicht vorhanden sein. Es muss hier auch noch vermerkt werden, dass ich ihn im November 2001 wegen des ursprünglichen Textes und der Musterlösung samt Korrekturvorgaben der folgenden Aufgabe angeschrieben und bis heute keine Antwort erhalten habe.

Die folgende Kritik ist für Mathematiker und Lehrer geschrieben:

1. Die Aufgabenstellung

Die nebenstehende Zeichnung zeigt einen Zylinder, dessen Durchmesser a und dessen Länge b gegeben sind. Auf ihm ist ein Draht in angegebener Weise gewickelt. Sein Durchmesser ist zu vernachlässigen. Man gebe die Länge des Drahtes an.



Es muss vermerkt werden, dass im Vortrag von BAUMERT nur eine Skizze gezeigt wurde, die der nebenstehenden entsprochen hat, und der Text nur mündlich mitgeteilt worden ist. Aus Vereinfachungsgründen wurde der Draht hier nur zweimal herumgewickelt.

Wenn ich mich recht erinnere, sind es in der damals gezeigten Zeichnung vier volle Windungen gewesen, was aber hinsichtlich der darzustellenden Problematik keine Rolle spielt.

Obige Zeichnung ist mehrfach falsch.

An der Fragestellung ist zu bemängeln:

1. Wie in MEYER [1] und anderswo zu finden ist, kann man tatsächlich Schraubenlinien u. ä. so betrachten, dass es Schraubtangente gibt, die projizierend sind, also zum Betrachter weisen und so dieser eine Schraubenlinie mit „Spitzen“ sieht, obwohl die Schraubenlinie selbst völlig glatt ist.

Hier wird eine Problematik ins Vorfeld des Verstehens der Aufgabe hineingebracht, die für die eigentliche Aufgabenstellung keine Rolle spielt. Jeder Referendar, der einen solchen Prüfungsentwurf seinem Betreuungslehrer vorlegt, wird deshalb gerügt. Sollte er „solche Tricks“ mehrfach versuchen, wo wird er mit Recht eine schlechte Beurteilung bekommen. Und wenn hier kritisiert wird, dass damit schon ein Beweis erbracht wird, wie „einheitlich verfahren“ unser Schulsystem ist, so sollte man daran denken, dass allein der Ausspruch, „alles muss anders werden“ nicht ausreichend ist, effektiv die Schule zu ändern, zudem gute Überlegungen die Handlungsweisen der Schule bestimmen.

2. In der Abbildung von BAUMERT ist meines Erachtens nicht zu erkennen gewesen, ob die Spitze 1 oder 2 Tangente hat.

Hierdurch wird die Aufgabe dahingehend erschwert, dass nicht klar ist, ob der Draht an der Stelle einen Knick hat oder nicht hat. Man benötigt schon sehr viel Anschauung, wenn man entscheiden will, ob dadurch die in

„3. Die richtige Lösung“ dargestellte Lösung größer oder vielleicht auch kleiner wird. Differentialgeometrische Kenntnisse erleichtern natürlich diese Entscheidung. Nur leider fehlen dem Schüler einschlägige Erfahrungen.

3. In der Aufgabenstellung wird nicht erwähnt, dass der Draht „gleichmäßig“ gewickelt wird. Das wird sich bei der Lösung auswirken.

Insgesamt kann an dieser Aufgabe schon jetzt festgestellt werden, dass der „unvoreingenommene“ Prüfling - besser gesagt der Prüfling ohne Kenntnisse -, der nach gut Glück irgendeine „nahe liegende“ Lösung anstrebt, die damit verbundenen Schwierigkeiten aus Unwissenheit übersieht und so rasch zu einer Lösung gelangt, die durchaus nicht richtig sein muss, wie sich noch herausstellen wird. Um so mehr der Schüler weiß, desto schwerer wird ihm die Lösung gemacht: Er muss sich erst einmal überlegen, ob die Spitzen der Zeichnung überhaupt auftreten können bzw. ob sie sich auf die Lösung auswirken. Dann bleibt er an dem fehlenden Hinweis der Gleichmäßigkeit hängen, den der oberflächliche Prüfling erst gar nicht bemerkt. Sollte er das damit verbundene offene Problem erkannt haben, dann kommt er zu einer Lösungsproblematik, die von TIMSS offenbar gar nicht angestrebt und erkannt gewesen ist.

4. Ich kann mich nicht erinnern, ob in der Zeichnung von BAUMERT die Vereinbarungen zur Darstellung der Sichtbarkeit eingehalten oder nicht eingehalten waren, was ebenfalls die Anschauung des Schülers belasten würde.

Erstes Fazit:

Man kann zwei kontroverse Interpretationen nennen, die im Folgenden nicht weiter auseinander gesetzt werden:

1. Die mathematischen Mitarbeiter von TIMSS beherrschen zu wenig Geometrie und haben als Lehrer zu wenig Erfahrung. Hier zeigt sich ganz deutlich, dass es für Außenstehende sehr schwer ist, über **die Professionalität der Lehrer** zu reden, auch wenn dies laufend bei den Interpretationen seitens der TIMSS-Vertreter geschieht.
2. Man hat absichtlich die genannten Schwierigkeiten in die Aufgabenstellung hineingegeben, um diejenigen Schülerinnen und Schüler auszuschalten, die einen im Allgemeinen zu Unrecht als veraltet angesehenen Unterricht in Raumgeometrie genossen haben.

2. Die angedeutete Lösung

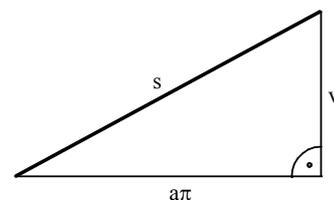
BAUMERT versäumte es in seinem Vortrag nicht, seine Zuhörerschaft aufzufordern, eine entscheidende Bemerkung zur Lösung zu sagen. Aus dem Publikum folgte sofort die Bemerkung „Abwicklung“, die entweder absichtlich überhört oder unverstanden blieb. Dann benutzt BAUMERT den unüblichen Begriff „Netz“ für Abwicklung und spricht von dem abgebildeten rechtwinkligen Dreieck und dem Lehrsatz des PYTHAGORAS und gibt eine feste Zahl als Lösung an. Er weist noch auf den hohen Stellenwert dieser Aufgabe hin.

Da im vorliegenden Text die Größen a und b nicht als Zahlen gegeben sind, müsste adäquat zu BAUMERT eine Termgleichung die Lösung sein. Offenbar ging man von der folgenden Lösung aus:

Wickelt man eine Windung des Drahtes vom Zylinder ab, so erhält man eine Strecke s als Abwicklung, deren Länge man dann über den Lehrsatz des PYTHAGORAS aus dem Zylinderumfang und den Schraubvorschub $v = b \cdot n$ einer vollen Windung bestimmen kann. Multipliziert man mit der Anzahl n der Windungen (hier $n = 2$), so erhält man für die Drahtlänge

$$l = n \cdot \sqrt{(a\pi)^2 + b^2} \quad \text{und somit die angegebene Lösungszahl.}$$

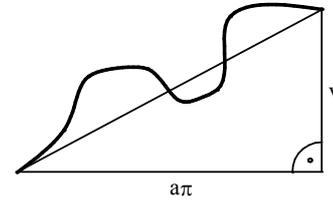
Diese Lösung ist falsch.



3. Die richtige Lösung

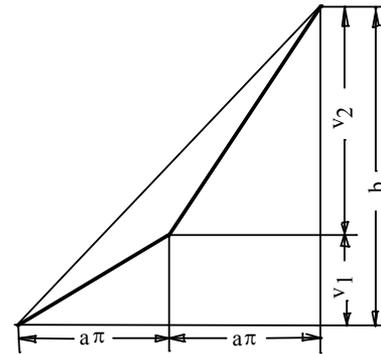
Man muss erst einmal einsehen, dass die Länge des Drahtes größer wird, wenn der Draht nicht „gleichmäßig“ aufgewickelt wird, also keinen konstanten Vorschub v hat. Es ergibt sich dann das nebenstehende Bild, aus dem man erkennt, dass der neue Draht wegen seiner „Umwege“ länger als der aus „2. Die angegebene Lösung“ ist.

Man kann das natürlich auch so erklären: Spannt man zwischen zwei Punkten auf dem Zylinder einen Faden, so erhält man eine geodätische Linie, die sich in der Abwicklung als Gerade zeigt. Jede Nicht-Geodätische ist aber länger als eine Geodätische.



Nun werden die Aufgabensteller natürlich so argumentieren, dass in der Aufgabe ja nicht die Rede davon war, dass ein Draht auf den Zylinder irgendwie gelegt wird, er sollte ja *gewickelt* werden. Das hat allerdings nichts zu sagen; selbst wenn jede volle Windung „gespannt“ auf dem Zylinder liegt, könnte es ja sein, dass die gegebene Skizze zulässt, dass jede Windung ihren eigenen Vorschub hat, also die Abwicklung wie in nebenstehender Skizze aussieht.

Jedenfalls ist die Drahtlänge länger als die von BAUMERT angegebene.



Die Lösung ist also keine Gleichung sondern eine Ungleichung. Genaueres könnte nur angegeben werden, wenn man Weiteres wüsste.

4. Was waren die Voraussetzungen dieser Aufgabe

Allgemeine Bemerkungen:

- TIMSS macht deutlich, dass die Länder, in denen heute noch nach Methoden des 19. Jahrhunderts gepaukt wird, bessere Ergebnisse erzielt haben. Hierunter zähle ich auch Japan, das sich zwar nach außen in seinen weiterführenden Schulen sehr modern gibt, aber unterschlägt, dass alle japanischen Schülerinnen und Schüler durch die Schule einem unmenschlichen Stress ausgesetzt werden, wie sich z. B. vor Kurzem bei einer Schülerrede anlässlich einer Preisverleihung in einem Englisch-Wettbewerb seitens einer Japanerin gezeigt hat, die klipp und klar erklärt hat, die Schule habe ihr die Jugend gestohlen. Man darf in diesem Zusammenhang auch nicht übersehen, dass nahezu alle Japaner neben der weiterführenden Schule zum Teil bis 22 Uhr Paukkurse zum Vertiefen des Schulstoffes besuchen, was aus pädagogischen Gründen in diesem Umfang durchaus unerwünscht ist.
- Andererseits muss zugegeben werden, dass in aller Regel deutsche Studenten im Ausland weitaus erfolgreicher als ausländische Studenten in Deutschland sind, auch wenn sie aus den nach TIMSS hochgelobten Ländern kommen. Sicher reicht es nicht, wenn auf eine diesbezügliche Anfrage des stellvertretenden Generalsekretärs vom Deutschen Auslands-Austausch Dienst ULRICH GROTHUS am 30. 10. 2001 BAUMERT nur mit „No Comment“ geantwortet hat. Deutsche Akademiker sind nach wie vor im Ausland hoch begehrt, wie ich selbst bei meiner Tätigkeit in den USA feststellen konnte. Last not least ist Deutschland immer noch bei internationalen Wettbewerben gut bis sehr gut, auch wenn es um die Mathematik geht.
- Das schlechte TIMSS-Ergebnis von Deutschland haben nicht die „besseren“ sondern die „schlechteren“ Schülerinnen und Schüler verursacht. So kann man bereits erste Politiker hören, die vor allem für die „schlechteren“ Schülerinnen und Schüler einen Förderunterricht fordern und dafür Geld bereit stellen wollen (SZ vom 9. 1. 2001 berichtet dies über Nordrhein-Westfalen). Die Lehrerschaft, die während der vergangenen Jahre so viel Mühen dafür verwendet hat, den 30% der interessierteren Gymnasiasten einen Förderunterricht angeeignet zu lassen, um endlich in Deutschland wieder über den Nachwuchsumfang zu verfügen, den man für die Mathematik anwendenden Berufe benötigt, wird so das erforderliche Geld genommen.

Speziell:

- Wer Raumgeometrie kann, ist einerseits im Vorteil, andererseits, wenn er zu viel weiß, im Nachteil. D. h. diese Aufgabe ist beim Vorhandensein gediegener Kenntnisse eine Glücksfrage.
- Abwicklungen im Rahmen einer umfassenden Raumgeometrie werden in Deutschland nicht mehr in dem erforderlichen Umfang gelehrt, vor allem nicht vor der Klasse 10, was sich wieder ändern sollte, denn Abwicklungen werden leider auch im Ingenieurstudium nicht mehr unter mathematischen Voraussetzungen angeboten, obwohl manche Ingenieure dies benötigen. Auch hier sollte wieder eine Änderung eintreten.
- Der Einsatz des Lehrsatzes des PYTHAGORAS setzt in Deutschland den Abschluss eines 9. Schuljahres voraus, da viele Lehrerinnen und Lehrer diesen Satz am Ende des Schuljahres 9 erst lehren. Sicher muss das nicht so sein; aber man sollte solche Gepflogenheiten beim Entwerfen von landesübergreifenden Tests berücksichtigen und das Versagen dann nicht global unter die „Deutsche Schule“ bemängeln, wie dies seitens der TIMSS-Leute immer wieder geschehen ist.
- Man sollte aber auch nicht vergessen, dass in Deutschland das Basteln bei weitem nicht mehr so üblich wie im vergangenen Jahrhundert ist und gerade diesbezüglich außerhalb Deutschlands andere Verhältnisse zu beobachten sind. Auch hier kann man nicht nur der Schule das Versagen geben, wenn sich Eltern nicht mehr um diese schöne Heimbeschäftigung ihrer Kinder kümmern. Wer aber vor dem Test gebastelt hat, für den ist die Aufgabe um einige Stufen einfacher gewesen. Hier sind wir bei einem weiteren Problem:
- Ein Test, der unter Mitwirkung von Pädagogen und Psychologen entstand, sollte klarere Ergebnisse liefern. Will man mehr Basteln erreichen, so sollte man dies direkt angehen und nicht dazu benutzen, die Schule insgesamt mathematisch unmöglich zu machen. Man sollte also das Ergebnis der Studie, zumindest in diesem Zusammenhang, in einem anderen Bereich, nämlich in der Ruprik Familie, auswerten.

5. Resümee

Das Stellen von mathematischen Übungs- und Prüfungsaufgaben ist eine der größten Künste des Lehrers, erfordert viel Erfahrung und kann nicht einfach adäquat gut von Nichtlehrern gemacht werden.

Man muss insbesondere beim Aufgabenstellen darauf achten, nicht durch unausgelegene Texte zu verwirren oder gar den Schüler, der mehr als andere weiß, zu schädigen. Ich hoffe, dass die wenigen TIMSS-Aufgaben, die mir bisher zu Gesicht kamen, nicht dem Durchschnitt der Aufgabenstellung entsprechen.

Jedenfalls sollte man keine voreiligen Schlüsse aus TIMSS hinsichtlich Änderungen des deutschen Schulsystems initiieren.

Eine Überprüfung der Aufgabenstellung, der Musterlösungen und der Ergebnisse von TIMSS durch eine unabhängige Kommission aus erfahrenen Lehrerinnen und Lehrern ist dringend erforderlich, bevor man am deutschen Schulsystem Änderungen vornimmt.

Bei zukünftigen internationalen Tests sollte man in erster Linie die betroffene Lehrerschaft miteinbeziehen lassen.

Die hier aufgeführten Bemängelungen erfordern geometrische Kenntnisse, die nichts Besonderes sind, wenn sie gelehrt werden. Da dies aber seit langem nicht mehr der Fall ist, hatte TIMSS an dieser Stelle eindeutig an dem Istzustand des Lehrplans vorbei gearbeitet und man kann dann weder Schülern noch Lehrern eine Schuld zuweisen, sondern allein denjenigen, die seit 40 Jahren immer wieder durch Kritik **von außen** die Lehrpläne verändert haben und jetzt ihre eigenen Änderungen kritisieren. Dies kann nur dadurch gebessert werden, wenn Lehrer zukünftig ein anderes Verhalten zeigen: Kritik „von außen“ zwar als wichtig anerkennen und richtig bewerten, vor allem aber sich selbst bemühen, Wege zu finden, die eigentlichen Kritikpunkte zu beseitigen.

Was hat diese Problematik mit **Begabtenförderung** zu tun? Sehr viel: Wir dürfen die Fähigkeiten und die Geduld bis hin zur Freizeit unserer interessierten Schülerinnen und Schüler nicht nur benutzen, um ihnen mehr als den anderen zu lehren, sondern wir müssen sie auch geeignet in Schutz nehmen, damit ihr größeres Wissen nicht dazu führt, dass sie in internationalen Tests schlechter als weniger gebildete Jugendliche abschneiden.

Man sollte aber hinsichtlich einer Begabtenförderung bedenken, dass es relativ ineffektiv ist, an diesem offenen Problem einiges zur Abwicklung, Schraubung usw. anzuhängen. Sinnvoller wäre es, in einem Zusatzunterricht hier zumindest die Kenntnisse und Fähigkeiten im Zusammenhang zu vermitteln, die ohne Differentialgeometrie vermittelt werden können.

Literatur

Baumert, J., Lehmann, R. [1]: TIMSS – Mathematisch-naturwissenschaftlicher Unterricht im internationalen Vergleich Deskriptive Befunde Leske + Budrich, Opladen 1997

Meyer, Kh. [1]: ALBRECHT DÜRER als Maschinenbauer, Mathematikinformation Nr. 35 (2001), Seiten 37 – 52

Anschrift des Autors:

Dr. Karlhorst Meyer
Kyffhäuserstraße 20
85579 Neubiberg